

Geometri Notları

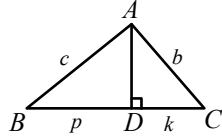
Mustafa YAĞCI, yagcimustafa@yahoo.com

Yükseklik Teoremi

Öğrencilik yıllarımdan beri, hangi geometri kitabını elimde alsam, 'İç Açılış Teoremi', 'Dış Açılış Teoremi', 'Kenarortay Teoremi' yazılarını gördükçe gözüm hep 'Yükseklik Teoremi'ni aradı. Bir türlü bulamadım. Büyüyünce de bir şey değişmedi. Hala bulamıyorum. Yüksekliğe neden üvey evlat muamelesi yapıldığını bir türlü anlayamadım ve içime sindiremedim. Oysa bu ismi hak eden oldukça güzel bir teorem var. Adı konulmasa da her geometri kitabında olan ve olması gereken bir teorem. Belki de çok sade ve basit bir teorem olduğu için isim verilmiyor ama bir teoremi güçlü yapan, zor anlaşılması filan değildir ki, gebe olduğu sonuçlardır. Şimdi hep birlikte bu teoremi öğrenelim, ardından ne işler becerdiğine bakalım.

Yükseklik Teoremi. *ABC üçgeninde A'dan inen yükseklik ayağı D olsun. Öyleyse $|AB|^2 - |AC|^2 = |BD|^2 - |DC|^2$.*

Yani, kenar uzunlukları belli olan yandaki üçgene göre $c^2 - b^2 = p^2 - k^2$.



Kant: *ADB ve ADC dik üçgenlerinde [AD] kenarının ortak olmasından faydalanacağız. Her iki üçgende de Pisagor teoremi yazılırsa ortak ifadeden kurtulularak sonuca ulaşılır.*

$$c^2 = |AD|^2 + p^2$$

$$b^2 = |AD|^2 + k^2$$

Üstteki eşitlikten alttaki eşitliği çıkartırsak, aradığımız eşitliğine erişiriz.

Eşitliği

$$c^2 + k^2 = p^2 + b^2$$

şeklinde düzenleyip, 'Çaprazların kareleri toplamı birbirlerine eşittir' diye akılda tutabilirsiniz fakat bu teoremi, 'Yanların kareleri farkı, tabanların kareleri farkına eşittir' diye akılda tutalım, çünkü bu hali ilerde bize çok lazım olacak.

Örnek. *ABC bir üçgen*

$$AD \perp BC$$

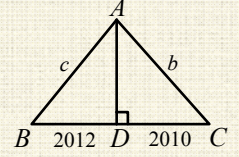
$$|BD| = 2012 \text{ br}$$

$$|DC| = 2010 \text{ br}$$

$$|CA| = b \text{ br}$$

$$|AB| = c \text{ br}$$

olduğuna göre $c^2 - b^2$ farkı kaçtır?



- A) 2010 B) 2011 C) 2012 D) 4022 E) 8044

Çözüm: Yükseklik teoremine göre; yanların kareleri farkı tabanların kareleri farkına eşit olduğundan

$$c^2 - b^2 = 2012^2 - 2010^2$$

$$= (2012 - 2010)(2012 + 2010)$$

$$= 2 \cdot 4022 = 8044$$

olarak bulunur.

Doğru cevap: E.

1.

ABC dik üçgen

$$AD \perp BC$$

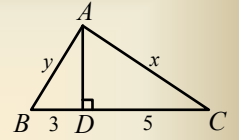
$$|BD| = 3 \text{ br}$$

$$|DC| = 5 \text{ br}$$

$$|AC| = x \text{ br}$$

$$|AB| = y \text{ br}$$

olduğuna göre $x^2 - y^2$ farkı kaçtır?



- A) 16 B) 22 C) 25 D) 30 E) 34

2.

ABC dik üçgen

$$AD \perp BC$$

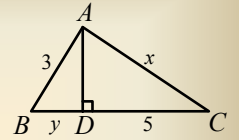
$$|AB| = 3 \text{ br}$$

$$|DC| = 5 \text{ br}$$

$$|AC| = x \text{ br}$$

$$|BD| = y \text{ br}$$

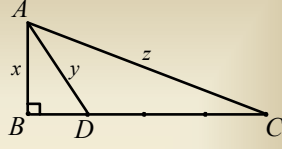
olduğuna göre $x^2 + y^2$ toplamı kaçtır?



- A) 16 B) 31 C) 34 D) 36 E) 41

3.

ABC dik üçgen
 B, D, C doğruduş
 $|AB| = x$ birim
 $|AD| = y$ birim
 $|AC| = z$ birim
 $|DC| = 3 \cdot |BD|$

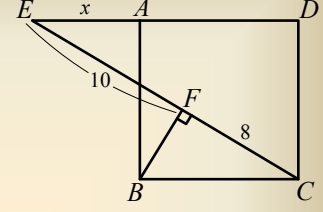


olduğuna göre $z^2 = a \cdot x^2 + b \cdot y^2$ eşitliğini sağlayan a ve b değerleri için (a, b) sıralı ikilisi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-16, -15)$ B) $(-15, -16)$ C) $(15, 16)$
 D) $(16, 15)$ E) $(-15, 16)$

4.

$ABCD$ bir kare
 D, A, E doğruduş
 $BF \perp CE$
 $|CF| = 8$ br
 $|FE| = 10$ br
 $|AE| = x$ br

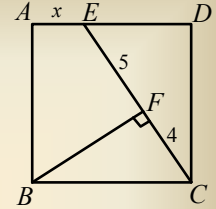


olduğuna göre x kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

5.

$ABCD$ bir kare
 $E \in [AD]$
 $BF \perp CE$
 $|CF| = 4$ br
 $|FE| = 5$ br
 $|AE| = x$ br

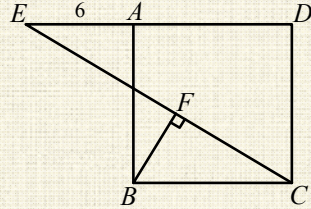


olduğuna göre x kaçtır?

- A) 1 B) $3/2$ C) 2 D) $5/2$ E) 3

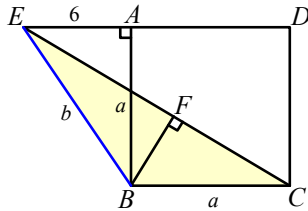
Örnek. $ABCD$ bir kare
 D, A, E doğruduş
 $BF \perp CE$

$|EA| = 6$ br
 olduğuna göre
 $|EF|^2 - |FC|^2$ farkı kaçtır?



- A) 6 B) 12 C) 24 D) 36 E) 72

Çözüm: Derhal E ile B noktalarını birleştirelim. Karenin bir kenar uzunluğu a br ve bununla birlikte $|EB| = b$ br olsun.



Oluşan EBC üçgeninde $[BF]$ yükseklik olduğundan, yükseklik teoremine göre

$$|EF|^2 - |FC|^2 = b^2 - a^2$$

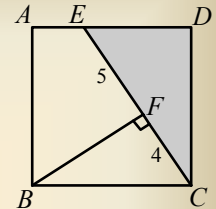
olur. Diğer yandan BAE dik üçgeninde Pisagor Teoremi'nden $a^2 + 36 = b^2$ olduğundan $b^2 - a^2 = 36$ bulunur.

Doğru cevap: D.

6.

$ABCD$ bir kare
 $E \in [AD]$
 $BF \perp CE$
 $|CF| = 4$ br
 $|FE| = 5$ br

olduğuna göre taralı CDE dik üçgeninin alanı kaç br^2 dir?

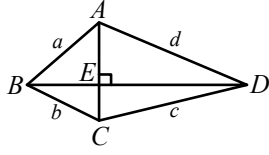


- A) 18 B) 24 C) 30 D) 36 E) 45

Teorem [Dikgen]. *Köşegenleri dik kesişen bir dörtgenin karşılıklı kenar uzunluklarının kareleri toplamı birbirlerine eşittir.*

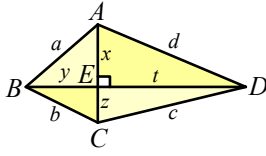
Yani yandaki şekle göre;

$$a^2 + c^2 = b^2 + d^2.$$



Kanıt: Aslında aynı kapağa çıkan iki ayrı kanıt sunacağız. İkincisi, yükseklik teoreminin maharetini gösterecek.

Birinci yol. Uzunlukları alt şekildeki gibi adlandıralım.



AEB ve DEC dik üçgenlerinde Pisagor Teoremi yazıp taraf tarafa toplayalım:

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= a^2 \\ z^2 + t^2 &= c^2 \end{aligned}$$

olduğundan

$$x^2 + y^2 + z^2 + t^2 = a^2 + c^2$$

elde edilir. Şimdi de BEC ve AED dik üçgenlerinde Pisagor Teoremi yazıp taraf tarafa toplayacağız.

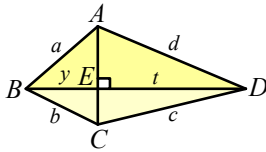
$$\begin{aligned} z^2 + y^2 &= b^2 \\ x^2 + t^2 &= d^2 \end{aligned}$$

olduğundan

$$x^2 + y^2 + z^2 + t^2 = b^2 + d^2$$

elde edilir. Demek ki gerçekten $a^2 + c^2 = b^2 + d^2$ imiş.

İkinci yol. Dikkat edilecek olursa şeklimize iki adet yükseklik teoremi uygulanabilir.



ABD üçgeninden

$$a^2 - d^2 = y^2 - t^2$$

BCD üçgeninden de

$$b^2 - c^2 = y^2 - t^2$$

olduğundan $a^2 - d^2 = b^2 - c^2$ yani $a^2 + c^2 = b^2 + d^2$ bulunur.

Köşegenleri dik kesişen böyle dörtgenlere **dikgen dörtgen** denir. Bu teoremi de 'Dikgen dörtgenlerde karşılıklı kenar uzunluklarının kareleri toplamı birbirlerine eşittir' diye akılda tutarız.

Örnek. $ABCD$ bir dörtgen

$AC \perp BD$

$|BC| = x$ br

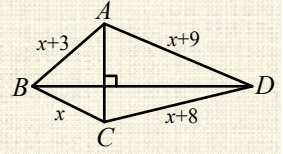
$|CD| = x + 8$ br

$|DA| = x + 9$ br

$|AB| = x + 3$ br

olduğuna göre x kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5



Çözüm: Dikgen dörtgen teoremine göre

$$\begin{aligned} x^2 + (x+9)^2 &= (x+3)^2 + (x+8)^2 \\ x^2 + x^2 + 18x + 81 &= x^2 + 6x + 9 + x^2 + 16x + 64 \\ 18x + 81 &= 22x + 73 \\ 4x &= 8 \end{aligned}$$

eşitliğinden $x = 2$ bulunur.

Doğru cevap: B.

7.

$ABCD$ bir dörtgen

$AC \perp BD$

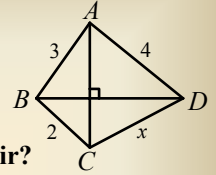
$|CB| = 2$ birim

$|BA| = 3$ birim

$|AD| = 4$ birim

olduğuna göre $|CD| = x$ kaç birimdir?

- A) 3 B) $\sqrt{10}$ C) $\sqrt{11}$ D) $2\sqrt{3}$ E) 5



8.

$ABCD$ bir dörtgen

$AB \perp BC$

$BC \perp CD$

$AE \perp DF$

$|FE| = 2$ br

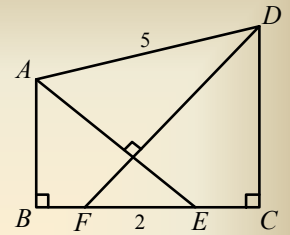
$|AD| = 5$ br

olduğuna göre

$|AB|^2 + |BF|^2 + |EC|^2 + |CD|^2$

toplamı kaçtır?

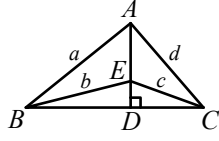
- A) 21 B) 23 C) 25 D) 27 E) 29



Teorem [Çapraz]. *E noktası, ABC üçgeninde A'dan inen yükseklik üzerindeyse $|AB|^2 + |EC|^2 = |AC|^2 + |BE|^2$.*

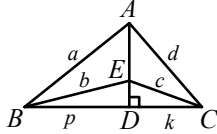
Yani yandaki gibi bir şekilde;

$$a^2 + c^2 = b^2 + d^2.$$



Kant: Yine iki kanıt yapacağız.

Birinci yol. $|BD| = p$ br ve $|DC| = k$ br olsun.



ABC üçgeninde yükseklik teoreminden gelen

$$a^2 - d^2 = p^2 - k^2$$

eşitliğiyle EBC üçgeninde yükseklik teoreminden gelen

$$b^2 - c^2 = p^2 - k^2$$

eşitlikleri birlikte düşünülürse

$$a^2 - d^2 = b^2 - c^2$$

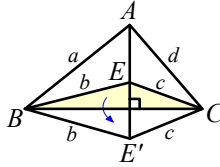
çıkacağından

$$a^2 + c^2 = b^2 + d^2$$

olduğu kanıtlanır. Bu teorem kesinlikle cennetlik!

İkinci yol. EBC üçgenini [BC] üzerinden katlayalım.

E noktasının geldiği yere E' diyelim.

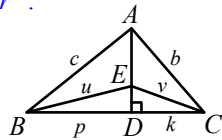


Şekilden de görüldüğü üzere; oluşan ABE'C dörtgeni bir dikgen dörtgendir. Bu yüzden

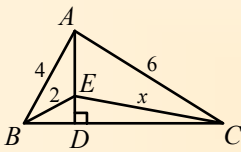
$$a^2 + c^2 = b^2 + d^2.$$

Sonuç: Böyle bir şekilde 'Tüm çapraz uzunlukların kareleri toplamları birbirlerine eşittir'.

$$\begin{aligned} c^2 + k^2 &= b^2 + p^2 \\ u^2 + k^2 &= v^2 + p^2 \\ c^2 + v^2 &= b^2 + u^2 \end{aligned}$$



9.



x kaçtır?

$2\sqrt{6}$

10.

ABC bir üçgen

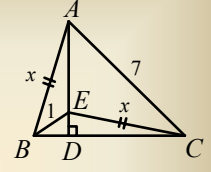
$AD \perp BC$

$|BE| = 1$ birim

$|CA| = 7$ birim

$|AB| = |CE| = x$ birim

olduğuna göre x kaçtır?



A) 4

B) $4\sqrt{2}$

C) 5

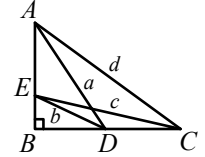
D) $5\sqrt{2}$

E) 6

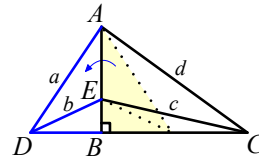
Teorem. *ABC dik üçgeninde D ve E dik kenarlar üzerinde herhangi iki nokta ise $|AC|^2 + |DE|^2 = |AD|^2 + |CE|^2$.*

Yani yandaki gibi bir şekilde;

$$a^2 + c^2 = b^2 + d^2.$$



Kant: ABC, EBD, ABD, EBC üçgenlerinde Pisagor Teoremi uygulanıp sonuçlar ortak çözümlürse istenen elde edilir ama bunu yapmaya hiç niyetimiz yok. Bakın ne yapacağız?

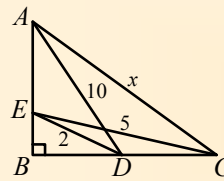


ADB üçgenini [AB] kenarı üzerinden sola doğru katlasak biraz önce gördüğümüz teoreme uygun bir şekil elde ederiz.

$$|AC|^2 + |DE|^2 = |AD|^2 + |CE|^2$$

Çaprazların kareleri toplamı birbirlerine eşittir deyince bu teorem de kanıtlanmış olur.

11.



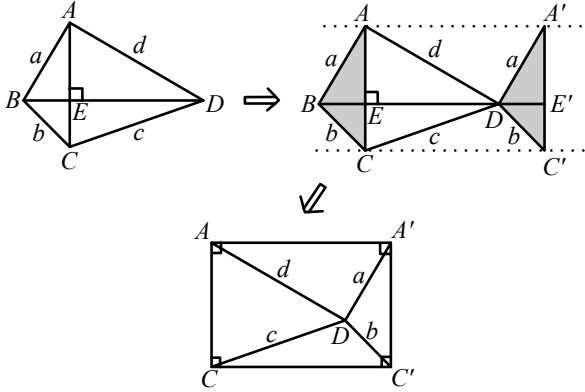
x kaçtır?

11

Şimdi de bu teoremin sonucu olan çok önemli bir teorem vereceğiz.

Teorem. *Bir dikdörtgenin içinde alınan herhangi bir noktanın dikdörtgenin zıt köşelerine olan uzaklıklarının kareleri toplamı birbirlerine eşittir.*

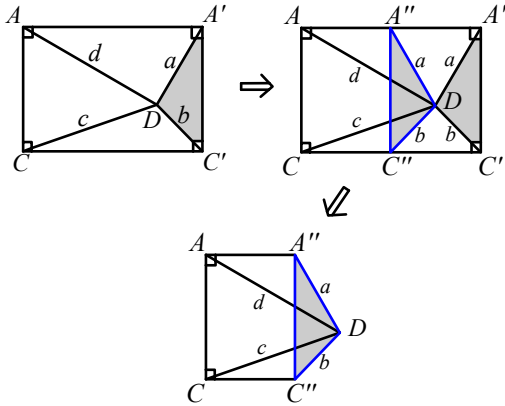
Kant: Yine görsel bir kanıt yapacağız, okur cebirsel kanıtını mutlaka kendisi yapmalıdır.



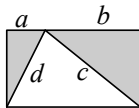
Üst şekildeki gibi ABC üçgenini BD uzunluğu kadar sağa yani B ile D noktası çakışana dek kaydırırsak da aynı kural yine karşımıza çıkar.

$$a^2 + c^2 = b^2 + d^2$$

Peki nokta dışarıda alınsa da olur muydu? Bakalım... Elde ettiğimiz son dikdörtgende katlama yapacağız.

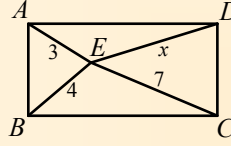


Üst şekilde taralı olan üçgeni sola doğru katlırsak da aynı sonuca ulaşırız. Yani, hâla $a^2 + c^2 = b^2 + d^2$. Şimdi de noktanın dikdörtgen üzerinde alındığında da eşitliğin bozulmadığını kanıtlayalım. Sanırım en kolayı bu olacak.



Yukardaki dikdörtgenin kısa kenarlarının eşit olduğuna dikkat edilerek taranan üçgenlerde Pisagor Teoremi uygulanırsa $a^2 + c^2 = b^2 + d^2$ eşitliğinin bozulmamaya kararlı olduğunu görürüz.

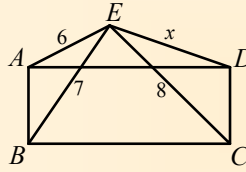
12.



$ABCD$ dikdörtgeni $x = ?$

 $\sqrt{42}$

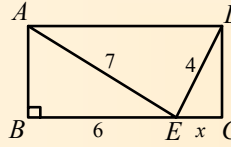
13.



$ABCD$ dikdörtgeni $x = ?$

 $\sqrt{51}$

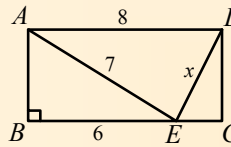
14.



$ABCD$ dikdörtgeni $x = ?$

 $\sqrt{3}$

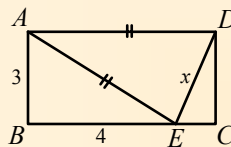
15.



$ABCD$ dikdörtgeni $x = ?$

 $\sqrt{17}$

16.



$ABCD$ dikdörtgeni $x = ?$

 $\sqrt{10}$

17.

$ABCD$ bir dikdörtgen
 E iç bölgede bir nokta

$BE \perp EC$

$|AE| = 5$ br

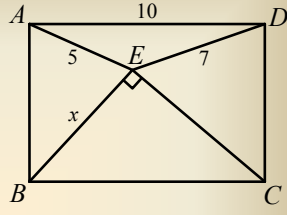
$|ED| = 7$ br

$|DA| = 10$ br

$|BE| = x$ br

olduğuna göre x kaçtır?

- A) 6 B) $\sqrt{38}$ C) 7 D) $\sqrt{62}$ E) 8



18.

$ABCD$ bir dikdörtgen
 E dış bölgede bir nokta

$BE \perp ED$

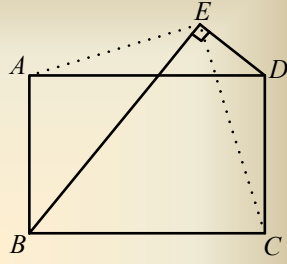
$|AE|^2 + |EC|^2 = 89$ br²

Çevre($ABCD$) = 26 br

olduğuna göre

Alan($ABCD$) kaç br² dir?

- A) 20 B) 26 C) 40 D) 52 E) 80



19.

$ABCD$ bir dikdörtgen
 E dış bölgede bir nokta

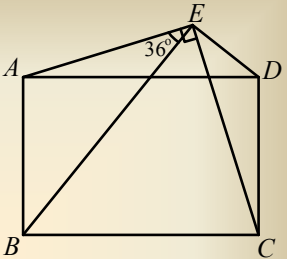
$AE \perp EC$

$m(\angle AEB) = 36^\circ$

olduğuna göre

$m(\angle DEC)$ kaç derecedir?

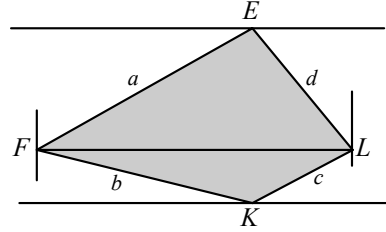
- A) 18 B) 30 C) 36 D) 45 E) 54



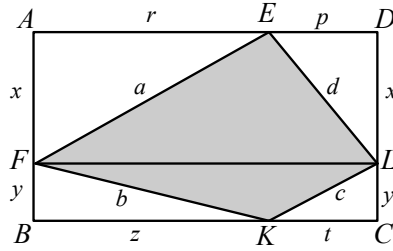
Verdiğimiz tüm bu teoremlerin tersi de doğrudur. Bir tanesini kanıtlarsak hepsi kanıtlanmış olur zaten.

Teorem. Karşılıklı kenar uzunluklarının kareleri toplamı birbirine eşit olan dörtgenler, dikgendir.

Kanıt: $a^2 + c^2 = b^2 + d^2$ eşitliğini sağlayan dörtgenimiz $EFKL$ olsun.



Üst şekildeki gibi E ve K köşelerinden FL köşegenine paraleller çizelim. F ve L köşelerinden bu doğrulara dikler çıkarsak alt şekildeki gibi $ABCD$ dikdörtgenini elde ederiz.



Nokta ve uzunlukları üst şekildeki gibi isimlendirip başlayalım:

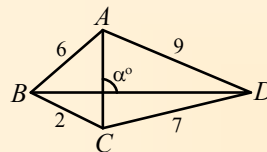
$$\begin{aligned} a^2 + c^2 &= b^2 + d^2 \\ x^2 + r^2 + y^2 + t^2 &= y^2 + z^2 + x^2 + p^2 \\ r^2 + t^2 &= z^2 + p^2 \\ r^2 - p^2 &= z^2 - t^2 \\ (r-p)(r+p) &= (z-t)(z+t) \end{aligned}$$

Şekle göre $r + p = z + t$ olduğundan sadeleştirme yapılırsa

$$r - p = z - t$$

elde edilir. Şimdi, hem $r + p = z + t$ hem de $r - p = z - t$ olduğundan, eşitlikler taraf tarafa toplanır veya çıkartılırsa, $r = z$ ve $p = t$ olduğu görülür. $ABKE$ ve $EKCD$ birer dikdörtgen olduğundan $EFKL$ dörtgeninin dikgen olduğu kanıtlanmış olur.

20.



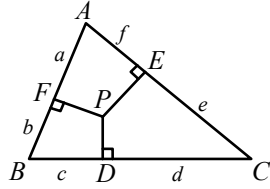
α kaçtır?

Dik üçgenlerle alakalı son bir teoremimiz daha var. Onu da verip konumuza nokta koyalım.

Carnot Teoremi. *Bir üçgenin iç bölgesinde alınan isteksel bir noktadan üçgenin kenarlarına indirilen dikmelerin üçgenin kenarlarını ayırdığı parçaların birer atlayarak kareleri toplamı birbirlerine eşittir.*

Yani şekle göre;

$$a^2 + c^2 + e^2 = b^2 + d^2 + f^2.$$



Kanıt 1. Rastgele alınan nokta P olsun. P noktasını üçgenin köşelerine birleştirelim.

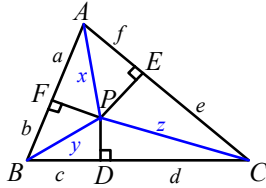
$$\begin{aligned} a^2 + |PF|^2 &= f^2 + |PE|^2 \\ c^2 + |PD|^2 &= b^2 + |PF|^2 \\ e^2 + |PE|^2 &= d^2 + |PD|^2 \end{aligned}$$

Taraf tarafa toplama ve sonrasında sadeleştirmeler yapılırsa;

$$a^2 + c^2 + e^2 = b^2 + d^2 + f^2$$

bulunur.

Kanıt 2. $|PA| = x$ br, $|PB| = y$ br ve $|PC| = z$ br olsun.



Sırasıyla PAB , PBC ve PCA üçgenlerinde yükseklik teoremini uygulayacağız.

$$\begin{aligned} x^2 - y^2 &= a^2 - b^2 \\ y^2 - z^2 &= c^2 - d^2 \\ z^2 - x^2 &= e^2 - f^2 \end{aligned}$$

eşitlikleri taraf tarafa toplanırsa sol taraf 0 çıkacağından $a^2 + c^2 + e^2 = b^2 + d^2 + f^2$ eşitliği kanıtlanmış olur.

Örnek. ABC bir üçgen

$PD \perp BC$, $PE \perp CA$, $PF \perp AB$

$|FB| = 4$ br

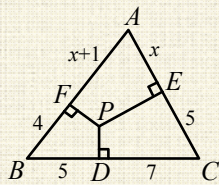
$|BD| = |CE| = 5$ br

$|DC| = 7$ br

$|EA| = x$ br

$|AF| = x + 1$ br

olduğuna göre x kaçtır?



A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Çözüm: Carnot Teoremi'ne göre

$$\begin{aligned} (x+1)^2 + 5^2 + 5^2 &= x^2 + 4^2 + 7^2 \\ x^2 + 2x + 1 + 25 + 25 &= x^2 + 16 + 49 \\ 2x + 51 &= 65 \end{aligned}$$

eşitliğinden $x = 7$ olarak bulunur.

Doğru cevap: D.

21.

ABC bir üçgen

$PD \perp BC$, $PE \perp CA$, $PF \perp AB$

$|FB| = 4$ br

$|BD| = 5$ br

$|DC| = 10$ br

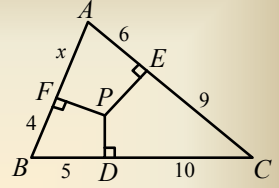
$|CE| = 9$ br

$|EA| = 6$ br

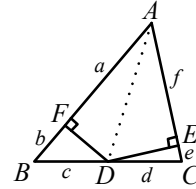
$|AF| = x$ br

ise x 'ten küçük en büyük doğal sayı kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7



Şimdi de P noktası üçgenin üstünde olursa Carnot Teoremi'nin nasıl bir hal aldığına bakacağız.



$[AD]$ keseni çizilirse AFD ve AED dik üçgenlerinin ortak hipotenüse sahip oldukları görülür.

$$\begin{aligned} |AF|^2 + |FD|^2 &= |AE|^2 + |ED|^2 \\ a^2 + (c^2 - b^2) &= f^2 + (d^2 - e^2) \\ a^2 + c^2 + e^2 &= b^2 + d^2 + f^2. \end{aligned}$$

Görüldüğü üzere formülümüzde bir değişiklik olmadı. Hala birer atlayarak kareler toplamını birbirlerine eşitliyoruz.

Not: Carnot teoremi tüm çokgenler için geçerlidir!

Örnek. ABC bir üçgen

$|BD| = |DC|$

$DE \perp CA$, $DF \perp AB$

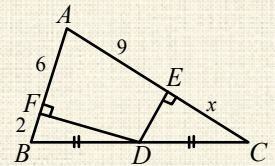
$|BF| = 2$ br

$|FA| = 6$ br

$|AE| = 9$ br

olduğuna göre $|EC| = x$ kaç br dir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7



Çözüm: Carnot Teoremi'ni sorumuza uygularsak $|BD| = |DC|$ olduğundan $|BD|^2$ ve $|DC|^2$ değerleri sadeleşecektir. O halde

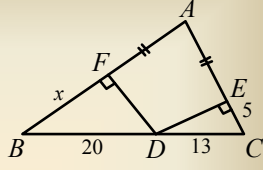
$$x^2 + 6^2 = 9^2 + 2^2$$

eşitliğinden $x^2 = 49$ yani $x = 7$ bulunur.

Doğru cevap: E.

22.

ABC bir üçgen
 $DF \perp AB$ ve $DE \perp AC$
 $|AF| = |AE|$
 $|EC| = 5$ birim
 $|CD| = 13$ birim
 $|DB| = 20$ birim

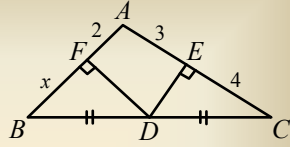


olduğuna göre $|FB| = x$ kaç birimdir?

- A) 18 B) 16 C) 13 D) 12 E) 10

23.

ABC bir üçgen
 $DF \perp AB$ ve $DE \perp AC$
 $|BD| = |DC|$
 $|AF| = 2$ birim
 $|AE| = 3$ birim
 $|CE| = 4$ birim

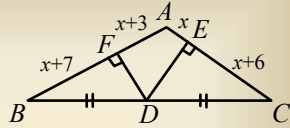


olduğuna göre $|BF| = x$ kaç birimdir?

- A) 2 B) 3 C) $\sqrt{11}$ D) $2\sqrt{3}$ E) 5

24.

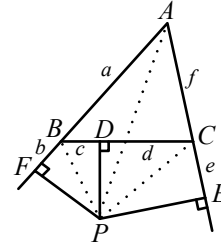
ABC bir üçgen
 $DF \perp AB$ ve $DE \perp AC$
 $|BD| = |DC|$
 $|AE| = x$ birim
 $|AF| = x + 3$ birim
 $|EC| = x + 6$ birim
 $|BF| = x + 7$ birim



olduğuna göre x kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Son olarak P noktasının üçgenin iç bölgesinde değil de dış bölgesinde alınması durumunda Carnot Teoremi'nin nasıl uygulanacağını anlatacağız.



P noktasını üst şekildeki gibi alıp üçgenin kenarlarına (veya uzantılarına) dikmeler indirelim. Uzunluklar da şekildeki gibi olsun. Elde edilen

$$(a+b)^2 + |PF|^2 = |PE|^2 + (e+f)^2$$

$$c^2 + |PD|^2 = |PF|^2 + b^2$$

$$e^2 + |PE|^2 = |PD|^2 + d^2$$

eşitlikleri taraf tarafa toplarsa

$$(a+b)^2 + c^2 + e^2 = b^2 + d^2 + (f+e)^2$$

elde edilir.

Örnek. ABC bir üçgen

$PD \perp BC$, $PE \perp CA$, $PF \perp AB$

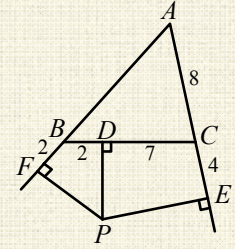
$|FB| = |BD| = 2$ br

$|DC| = 7$ br

$|EC| = 4$ br

$|AC| = 8$ br

olduğuna göre $|AB|$ kaç br dir?



- A) 12 B) 13 C) $\sqrt{177}$ D) $\sqrt{185}$ E) 14

Çözüm: Carnot Teoremi'ne göre

$$|AF|^2 + 2^2 + 4^2 = 2^2 + 7^2 + 12^2$$

$$|AF|^2 + 4 + 16 = 4 + 49 + 144$$

$$|AB|^2 = 177$$

eşitliğinden $|AF| = \sqrt{177}$ br olarak bulunur.

Doğru cevap: C.

25.

ABC bir üçgen

$PD \perp BC$, $PE \perp CA$, $PF \perp AB$

$|AB| = 7$ br

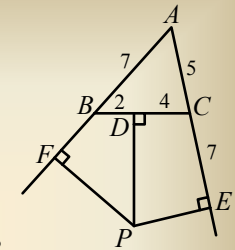
$|BD| = 2$ br

$|DC| = 4$ br

$|EC| = 7$ br

$|AC| = 5$ br

olduğuna göre $7 \cdot |FB|$ kaç br dir?



- A) 32 B) 31 C) 30 D) 29 E) 27