

Geometri Notları

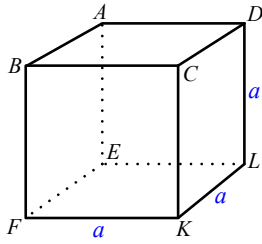
Mustafa YAĞCI, yagcimustafa@yahoo.com

Küp

Bütün yüzleri kare olan bir prizmaya, diğer deyişle tüm ayrıtları eş olan dikdörtgenler prizmasına **küp** denir. Küp, nihayetinde bir dikdörtgenler prizması olduğundan onun sahip olduğu tüm özellikleri barındırır. Yani dikdörtgenler prizmasında sağlanan her teorem, küpe de sağlanır.

Küpün Alanı

Aşağıda tüm ayrıtları a br olan bir küp çizilmiştir.

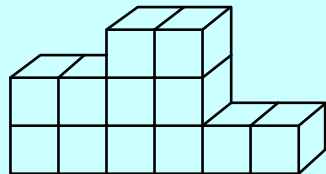


Örneğin, bu küpün alanını, dikdörtgenler prizmasının alan formülü olan $2ab + 2ac + 2bc$ ifadesinde tüm b ve c 'lere a vererek de, 6 yüzün 6'sının da bir kenarı a br olan birer kare olduğunu görerek onların alanlarını toplayarak da

$$S = 6a^2$$

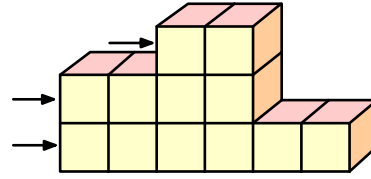
eşitliğine ulaşabilirsiniz.

Örnek. Bir turnuvanın finalistleri için 12 birim küpten yukarıdaki gibi bir şampiyonluk kürsüsü yapılmıştır. Bu kürsünün taban yüzeyleri hariç diğer yüzeyleri kağıt ile kaplanacaktır. Bu iş için kaç br^2 kağıt gerekir?



- A) 24 B) 30 C) 35 D) 36 E) 42

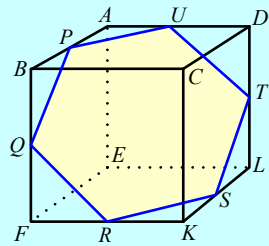
Çözüm: Bize bakan yani ön yüz adedi 12'dir. 12 de arka yüz var, etti 24 yüz.



6 tane üst yüz var, etti 30 yüz. Sağa bakan 3 yüz var, etti 33 yüz. Bir de resimde okla gösterilen, bizim göremediğimiz sola bakan 3 yüz var. Etti 36 yüz. Her yüzün alanı $1 br^2$ olduğundan cevap $36 br^2$ olmalıdır.

Doğru Cevap: D.

Örnek. Yandaki şekilde bir küpün bir düzlemle arakesiti boyanmıştır. P, Q, R, S, T, U noktaları ayrıtların orta noktaları olup boyalı bölgenin alanı $6\sqrt{3} br^2$ ise küpün yanal alanı kaç br^2 'dir?



- A) 36 B) 32 C) 30 D) 28 E) 24

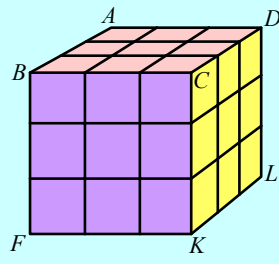
Çözüm: Boyalı alan düzgün altıgen olup verilen alan değerinden

$$6 \frac{b^2 \sqrt{3}}{4} = 6\sqrt{3}$$

eşitliği yazılarak, bir kenar uzunluğu $b = 2$ br bulunur. Öyleyse küpün bir ayrıt uzunluğu, PBQ, QFR, RKS, SLT, TDU ve UAP üçgenlerinin ikizkenar dik üçgen olduğu görülerek, $a = 2\sqrt{2}$ br dir. Buradan küpün yanal alanı $4a^2$ yani $32 br^2$ bulunur.

Doğru cevap: B.

Örnek. 27 tane birim küpten oluşturulmuş yandaki küpün alt yüzeyi de dahil olmak üzere tüm yüzeyleri boyandıktan sonra 27 küp teker teker ayrıştırılıyor. Son durumda kaç adet boyanmamış yüz bulunur?



- A) 92 B) 96 C) 108 D) 112 E) 120

Çözüm: Küplerin bir arada olduğu ilk durumda toplam 6 yüz olup her yüzde 9 tane birim küp yüzü olduğundan toplam 54 yüz boyanır. Büyük küp 27 tane birim küpe ayrılırsa her küpün 6 yüzü olduğundan toplam $27 \cdot 6 = 162$ yüz olacaktır. Bunların 54'ü boyalı olduğundan 108 yüz boyasızdır.

Doğru cevap: C.

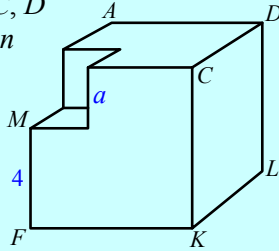
Küpün Hacmi

Küpün hacmini de, dikdörtgenler prizmasının hacmini veren abc formülünde b ve c yerlerine a yazarak

$$V = a^3$$

şeklinde buluruz.

Örnek. Üst köşeleri A, B, C, D olan bir küpün B köşesinden bir ayrıt uzunluğu a olan bir küp şeklindeki gibi kesilip atılıyor. $|MF| = 4$ br ve kalan cismin hacmi 208 br^3 olduğuna göre a kaçtır?



- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

Çözüm: Küpten bir küp kesilip atılması hacmini küçültecektir. Eski hacim $(a + 4)^3$, kesilen küpün hacmi de a^3 olduğundan $(a + 4)^3 - a^3 = 208$ eşitliği sağlanması gerekmektedir. Çözelim:

$$a^3 + 12a^2 + 48a + 64 - a^3 = 208$$

$$12a^2 + 48a - 144 = 0$$

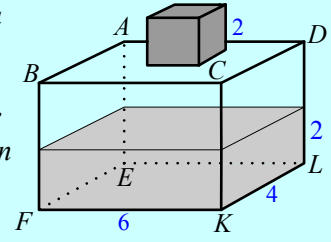
$$a^2 + 4a - 12 = 0$$

$$(a + 6)(a - 2) = 0$$

eşitliğinden bir ayrıt uzunluğu pozitif olması gerektiğinden $a = 2$ olarak bulunur.

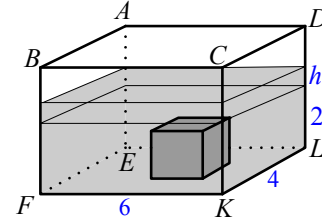
Doğru cevap: D.

Örnek. Taban ayrıtları 6 ve 4 br olan bir dikdörtgenler prizması 2 br yüksekliğine kadar suyla doludur. Bu suyun içine bir ayrıtının uzunluğu 2 br olan demirden bir küp bırakılıyor. Buna göre su yüksekliği kaç br artar?



- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{3}$ D) 1 E) $\frac{4}{3}$

Çözüm: Suyun yüksekliğinin h br arttığını farz edelim.



Şu halde suyun yükselen kısmının hacmi demir küpün hacmine eşit olmalıdır.

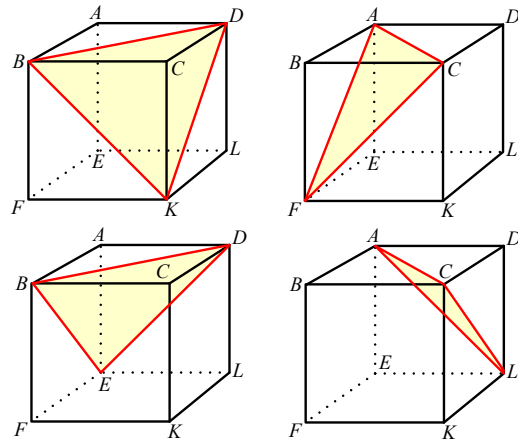
$$6 \cdot 4 \cdot h = 2^3$$

eşitliğinden $h = 1/3$ olarak bulunur.

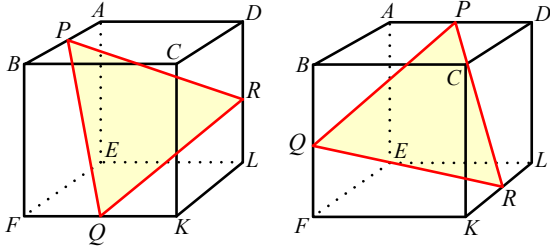
Doğru cevap: A.

Küpün Yüzey Köşegenleri

Küpün 6 yüzünün 6'sı da kare olduğundan 12 yüzey köşegeni vardır. Elbette bu yüzey köşegenlerinin uzunlukları, karelerin bir kenar uzunlukları a br olduğundan $a\sqrt{2}$ olur. Bu 12 yüzey köşegeninden, her biri diğer ikisine degen üç tanesi, üçü de aynı uzunlukta olduğundan bir eşkenar üçgen belirtir.



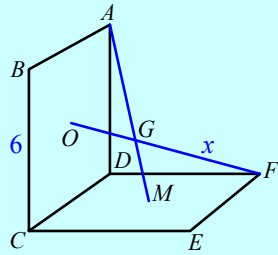
Örneğin yukarıda taranmış üçgen şeklindeki düzlem parçalarının hepsi birer eşkenar üçgendir. Zira her birinin bir kenarının bir yüzey köşegeni olduğuna dikkat ediniz. Küpün iki boyutlu görünümünde en dıştaki kenarlar bir altıgen belirtir. Altıgenin altı kenarının birer atlayarak orta noktalarının belirttiği üçgenler de eşkenar üçgendir.



Hatta orta nokta olmasına da gerek yoktur. Örneğin, üst soldaki şekilde

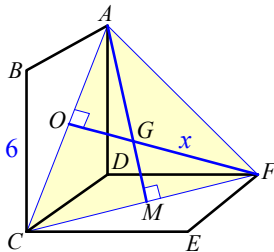
$|AP| : |PB| = |FQ| : |QK| = |LR| : |RD|$
olsa bile PQR eşkenar üçgendir.

Örnek. $ABCD$ ve $CEFD$ birer kenarları 6 cm olan birbirlerine dik ve kare şeklinde düzlem parçaları olup ağırlık merkezleri sırasıyla O ve M olsun. $AM \cap FO = \{G\}$ $|GF| = x$ cm olduğuna göre x kaçtır?



- A) $2\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{3}$ C) 4 D) $2\sqrt{6}$ E) 5

Çözüm: O ve M ağırlık merkezleriyse AC ve CF köşegenleri sırasıyla O ve M 'den geçecektir.

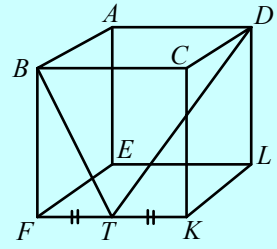


$|AC| = |CF| = |FA|$ olduğu fark edilirse G 'nin ACF eşkenar üçgeninin ağırlık merkezi olduğu görülecektir. O halde $|GF|$, eşkenar üçgenin yüksekliğinin $2/3$ 'üdür. Yükseklik $3\sqrt{6}$ cm olduğundan $x = 2\sqrt{6}$ olur.

Doğru cevap: D.

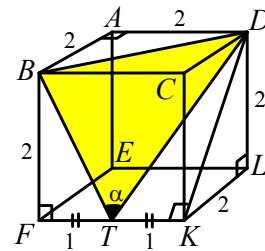
Örnek.

Yandaki küpte $|FT| = |TK|$ $m(\angle BTD) = \alpha$ olduğuna göre $\cos \alpha$ değeri kaçta eşittir?



- A) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{\sqrt{5}}{4}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{1}{2}$

Çözüm: DAB , BFT , DLK ve DKT üçgenlerinin dik olduğunu biliyoruz. Bilmeyen de öğrensin.



Bu arada kübün bir kenarına 2 br dersek $|DK| = 2\sqrt{2}$ br olacağından $|DT| = 3$ br olur. $|BT| = \sqrt{5}$ br ve $|BD| = 2\sqrt{2}$ br olduğunu çoktan bulmuşsunuzdur. BTD üçgeninin tüm kenarlarını artık bildiğimizden kosinüs teoreminden $\cos \alpha$ değerini bulabiliriz.

$$(2\sqrt{2})^2 = (\sqrt{5})^2 + 3^2 - 2 \cdot \sqrt{5} \cdot 3 \cdot \cos \alpha$$

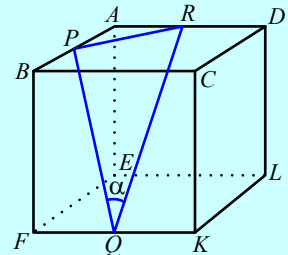
$$8 = 14 - 6\sqrt{5} \cos \alpha$$

$$6\sqrt{5} \cos \alpha = 6$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

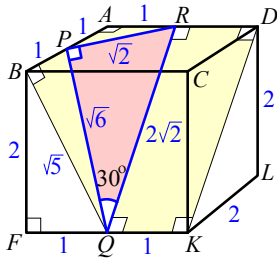
Doğru cevap: A.

Örnek. Yandaki küpte P, Q, R noktaları üzerinde buldukları ayrıtların orta noktalarıdır. $m(\angle PQR) = \alpha$ olduğuna göre α kaçtır?



- A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{5}$ C) $\frac{\pi}{4}$ D) $\frac{\pi}{3}$ E) $\frac{\pi}{2}$

Çözüm: Küpün bir ayrıtların uzunluğu 2 br olsun.

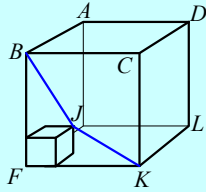


RAP dik üçgen olduğundan $|PR| = \sqrt{2}$ br olacaktır. BFQ ve PBQ üçgenleri de dik üçgen olduğundan $|PQ| = \sqrt{6}$ br bulunur. Diğer yandan $RQKD$ bir dikdörtgen olacağından $|RQ| = |DK| = 2\sqrt{2}$ br olur. PQR üçgeninin bulunan kenar uzunluklarının Pisagor Teoremi'ni sağladıkları görülür, o halde RP, PQ' 'ye diktir. Hipotenüsün $|PR|$ 'nin 2 katı olduğu görülerek de $m(PQR) = 30^\circ$ olduğu anlaşılır.

Doğru cevap: A.

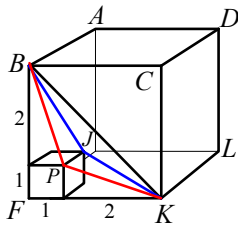
Örnek. F köşeleri ortak olan yandaki iki küpten birinin hacmi diğerinin 27 katıdır.

Buna göre $\tan(BJK)$ değeri kaçtır?



- A) $-2 - \sqrt{3}$ B) $-\sqrt{3}$ C) -1 D) $-3/2$ E) -2

Çözüm: Hacmi 27 katıysa, bir kenar uzunluğu diğerinin 3 katıdır. Küçük kübün bir kenar uzunluğuna 1 br dersek, büyük kübün bir kenar uzunluğu 3 br olur.



Şimdi BPJ ve KPJ açılarının dik olduğunu görünüz. $|PJ| = 1$ br olduğundan $|BJ| = |JK| = \sqrt{6}$ br olur. Diğer yandan, kendileri yüzey köşegeni olduklarından $|BK| = 3\sqrt{2}$ br'dir. BJK ikizkenar üçgeninde uzun kenar kısa kenarların $\sqrt{3}$ katı çıktığından $m(BJK) = 120^\circ$ 'dir. Bundan dolayı

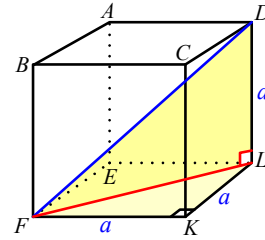
$$\tan(BJK) = \tan 120^\circ = -\tan 60^\circ = -\sqrt{3}.$$

Tabi ki $30^\circ-30^\circ-120^\circ$ üçgeninin bu özelliğini bilmeyenler yine kosinüs teoremi yardımıyla bulacaklar.

Doğru cevap: B.

Küpün Cisim Köşegenleri

Küpün, aynı dikdörtgenler prizmasının olduğu gibi, birbirine eş 4 tane cisim köşegeni vardır. Bunlardan bir tanesinin uzunluğu, dikdörtgenler prizmasının cisim köşegeninin formülü olan $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ ifadesinde b ve c görülen yerlere a yazarak, $a\sqrt{3}$ bulunur.



Bunu üst şekildeki FLD dik üçgeninde Pisagor Teoremi uygulayarak da bulabilirsiniz:

$$|FD|^2 = |FL|^2 + |LD|^2 = (a\sqrt{2})^2 + a^2 = 3a^2$$

olduğundan $|FD| = a\sqrt{3}$ olur.

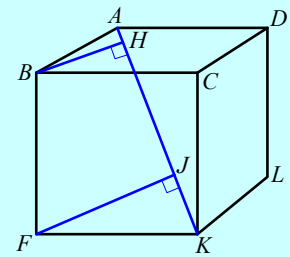
Örnek. Yandaki küpte $[AK]$ cisim köşegenidir.

$BH \perp AK$

$FJ \perp AK$

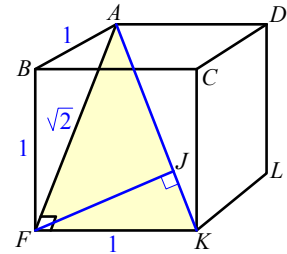
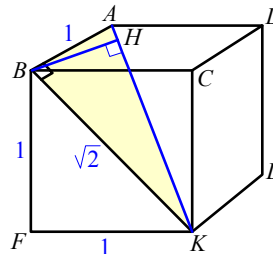
olduğuna göre

$\frac{|BH|}{|FJ|}$ oranı kaçtır?



- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ C) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ E) 1

Çözüm: İlk etapta hayali güç olsa da bu dikmelerin boyları birbirlerine eşittir!

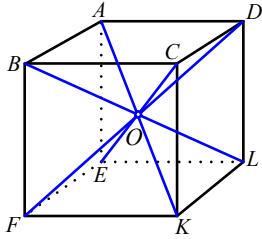


Yukardan da görüleceği üzere ABK ile KFA dik üçgenleri eş olduğundan hipotenüse inen yükseklikleri de eş olmak zorundadır, şu durumda sorulan oran 1'e eşittir.

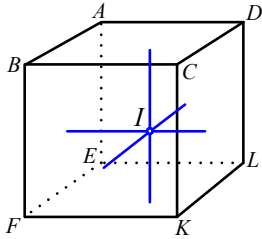
Doğru cevap: E.

Küpün Ağırlık Merkezi

Küpte, aynı dikdörtgenler prizmasında olduğu gibi dört cisim köşegeni noktadaştır ve birbirlerini ortalarlar.

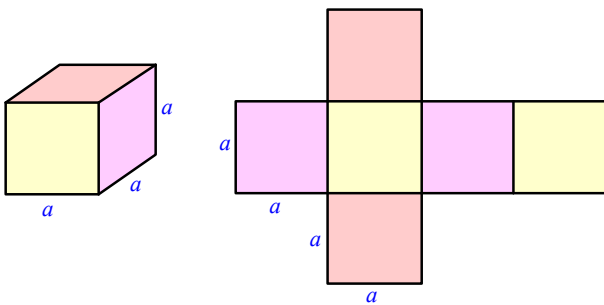


Cisim köşegenlerinin kesiştiği O noktası küpün ağırlık merkezi olup tüm yüzeylere eşit uzaklıktadır.



Küpün içinde herhangi bir noktanın tüm yüzeylere uzaklıkları toplamı $3a$ 'dır. Zira üst şekilden de görüleceği üzere I 'nin sol ve sağ yüzlere, alt ve üst yüzlere, ön ve arka yüzlere olan uzaklıklarının her biri küpün bir ayrıt uzunluğuna eşittir.

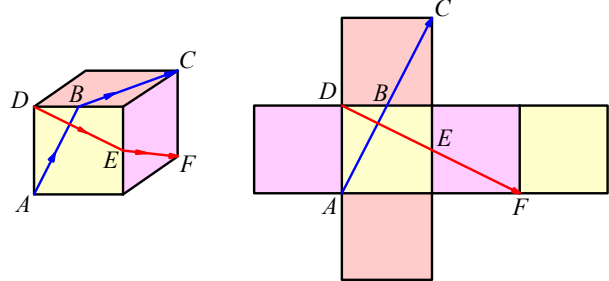
Küpün Açınımı. Küpün açınımı aşağıdaki gibidir:



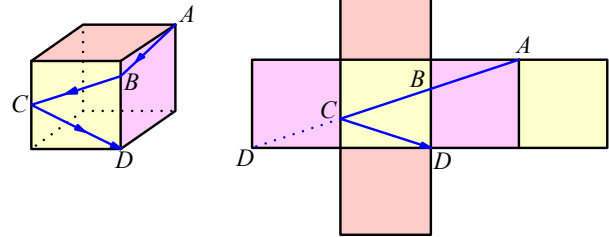
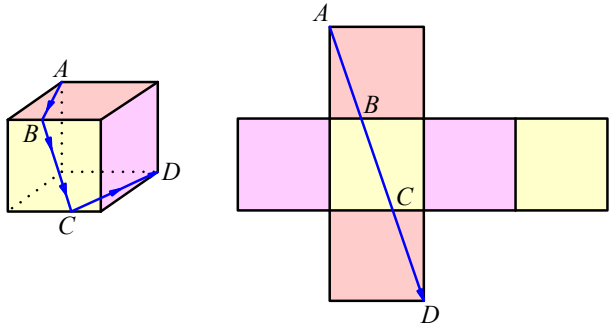
Sadece yanal alan değeri ise, yan yüzler 4 adet kareden ibaret olduğundan $S_Y = 4a^2$ olur.

Küp Yüzeyinde Hareketler

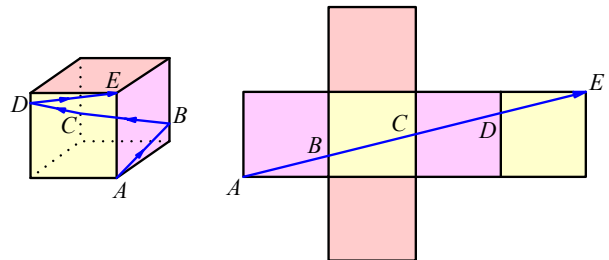
Küpün bir noktasından başka bir noktasına küp yüzeyi üzerinde hareket eden bir hareketlinin katettiği birkaç yolu küpün açınımlında gösterebiliriz:



$|AB| + |BC|$ ve $|DE| + |EF|$ toplamları en küçük değerlerini küpün açınımlında sırasıyla A, B, C doğrusal olduğunda ve D, E, F doğrusal olduğunda alırlar.



$|AB| + |BC| + |CD|$ toplamı en küçük değerini, iki şekilde de açınımla A, B, C, D doğrusal olursa alır.



$|AB| + |BC| + |CD| + |DE|$ toplamı en küçük değerini, sağdaki gibi A, B, C, D, E doğrusal olursa alır.

1.

Aşağıdakilerden hangisi **bir ayritının uzunluğu tamsayı olan bir küpün hacmi** olamaz?

- A) 1331 B) 1000 C) 729 D) 512 E) 432

2.

Bir küpün yüzey köşegeninin boyu **bir ayritının boyunun kaç katıdır?**

- A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) 2 D) $\sqrt{5}$ E) 3

3.

Bir küpün herhangi bir cisim köşegeninin boyunun bir ayritının boyuna oranı **aşağıdakilerden hangisinin tanjantıdır?**

- A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{4}$ D) $\frac{\pi}{6}$ E) $\frac{\pi}{12}$

4.

Bir ayritı 4 birim olan bir küpün **yüzey köşegeninin cisim köşegeni üzerindeki dik izdüşümü kaç birim olur?**

- A) $\frac{6\sqrt{3}}{5}$ B) $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ C) $\frac{9\sqrt{3}}{4}$ D) $\frac{10\sqrt{3}}{3}$ E) $\frac{12\sqrt{3}}{5}$

5.

Hacmiyle alanı sayısal olarak birbirlerine eşit olan bir küpün **cisim köşegeni kaç birimdir?**

- A) 6 B) $6\sqrt{2}$ C) $6\sqrt{3}$ D) 12 E) $12\sqrt{3}$

6.

48 cm uzunluğunda bir tel bükülerek bir küp yapılırsa, **oluşan küpün hacmi kaç cm^2 olur?**

- A) 27 B) 64 C) 125 D) 216 E) 343

7.

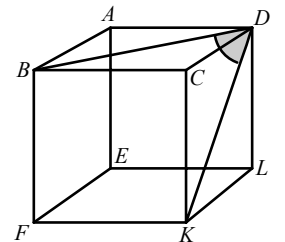
Farklı ayritları 2, 3, 4 br olan dikdörtgenler prizması şeklindeki tuğlalardan **en az kaç tanesi bir araya getirilerek bir küp meydana getirilebilir?**

- A) 12 B) 24 C) 72 D) 288 E) 576

8.

Yandaki küpte BD ve DK köşegenlerinin belirttiği BDK açısının ölçüsü kaç derecedir?

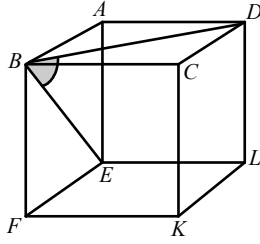
- A) 30 B) 45 C) 60
D) 75 E) 90



1.

Yandaki küpte BE ve BD köşegenlerinin belirttiği DBE açısının ölçüsü kaç derecedir?

- A) 30 B) 45 C) 60
D) 75 E) 90

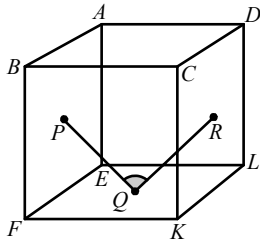


2.

Yandaki küpte P , Q , R noktaları üzerinde buldukları karelerin ağırlık merkezleridir.

Buna göre PQR açısının ölçüsü kaç derecedir?

- A) 45 B) 60 C) 75
D) 90 E) 120

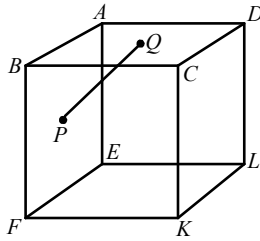


3.

Yandaki küpte P ve Q üzerinde buldukları karelerin ağırlık merkezleridir.

Buna göre PQ uzunluğu küpün bir ayrıt uzunluğunun kaç katıdır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\sqrt{2}$

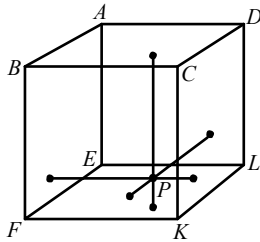


4.

Yandaki küpün içinde rastgele bir P noktası alınıyor.

P 'nin küpün tüm yüzlerine olan uzaklıkları toplamı kaç ayrıt uzunluğunun toplamına eşittir?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6



5.

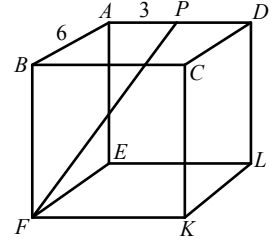
Yandaki küpte P noktası AD ayrıtı üzerindedir.

$|BA| = 6$ birim

$|AP| = 3$ birim

olduğuna göre $|FP|$ kaç birimdir?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11



6.

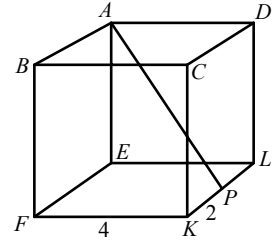
Yandaki küpte P noktası KL ayrıtının üzerindedir.

$|FK| = 4$ birim

$|KP| = 2$ birim

olduğuna göre $|AP|$ kaç birimdir?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9



7.

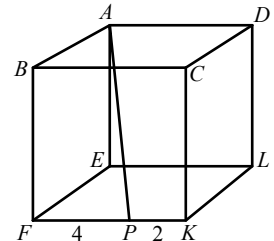
Yandaki küpte P noktası FK ayrıtı üzerindedir.

$|FP| = 4$ birim

$|PK| = 2$ birim

olduğuna göre $|AP|$ kaç birimdir?

- A) $\sqrt{66}$ B) $\sqrt{77}$ C) $\sqrt{88}$ D) $\sqrt{99}$ E) 10

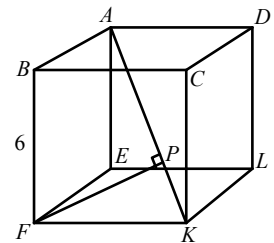


8.

Bir ayrıtı 6 br olan yandaki küpte AK cisim köşegenidir.

F köşesinden AK doğru-suna indirilen dikme ayağı P ise $|FP|$ kaç birimdir?

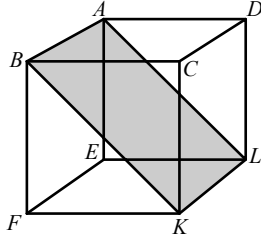
- A) 4 B) $2\sqrt{6}$ C) 5 D) $4\sqrt{2}$ E) 6



1.

Yandaki küpün toplam alanı, **taranmış bölge alanının kaç katıdır?**

- A) 3 B) $2\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{2}$
D) 4 E) $4\sqrt{3}$



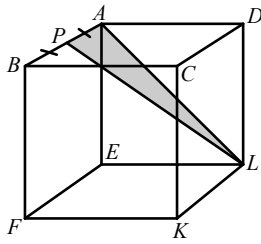
2.

Yandaki küpte P noktası $[BA]$ ayrıntının orta noktasıdır.

Taralı bölgenin alanı

$\sqrt{2} br^2$ olduğuna göre **küpün alanı kaç br^2 dir?**

- A) 12 B) 18 C) 24 D) 36 E) 72

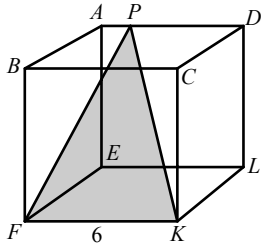


3.

Bir ayrıntı 6 br olan yandaki küpte P noktası $[AD]$ üzerinde hareketli bir noktadır.

Buna göre taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

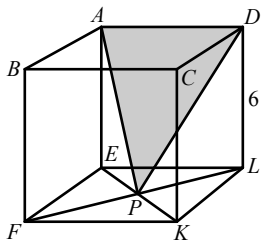
- A) 9 B) $9\sqrt{2}$ C) 18 D) $18\sqrt{2}$ E) $36\sqrt{2}$



4.

P noktası küpün taban yüzeyinin ağırlık merkezidir. $|DL| = 6$ cm olduğuna göre **APD üçgensel bölgesinin alanı kaç cm^2 dir?**

- A) 9 B) $9\sqrt{5}$ C) 18 D) $18\sqrt{5}$ E) 45



5.

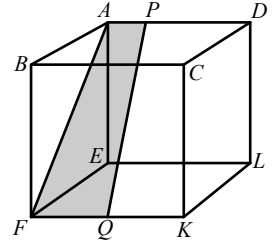
Bir ayrıntı 6 br olan yandaki küpte P ve Q noktaları sırasıyla AD ve FK ayrıntıları üzerindedir.

$$|FQ| = |QK|$$

$$|PD| = 2 \cdot |PA|$$

olduğuna göre taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) 15 B) $15\sqrt{2}$ C) 18 D) $15\sqrt{3}$ E) $30\sqrt{2}$

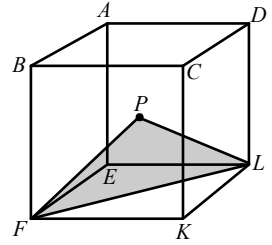


6.

Yandaki küpte P noktası kübün ağırlık merkezidir.

Buna göre $\cos LPF$ kaçtır?

- A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $-\frac{1}{3}$ D) $-\frac{2}{3}$ E) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

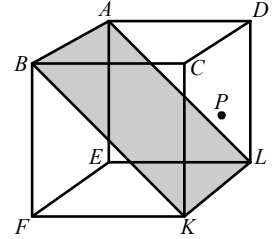


7.

Bir ayrıntının uzunluğu 8 br olan yandaki küpte,

$CKLD$ yüzeyinin ağırlık merkezi olan P 'nin $ABKL$ düzlemine uzaklığı kaç birimdir?

- A) $\sqrt{2}$ B) 2 C) $2\sqrt{2}$ D) 4 E) $4\sqrt{2}$

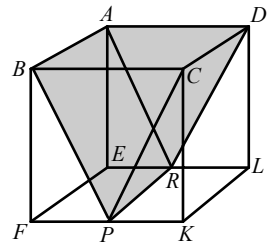


8.

Yandaki küpte P ve R bu oldukları ayrıntıların orta noktalarıdır.

Küpün hacmi $12 br^3$ olduğuna göre taralı cismin hacmi kaç br^3 tür?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

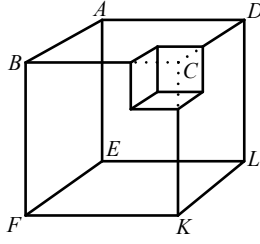


1.

Yandaki küpten, bir ayrıtının uzunluğu kendi ayrıtının uzunluğunun üçte biri kadar olan bir küp kesilip çıkarılmıştır.

Kalan cismin hacmi 26 cm^3 olduğuna göre kalan cismin alanı kaç cm^2 dir?

- A) 26 B) 27 C) 48 D) 54 E) 60

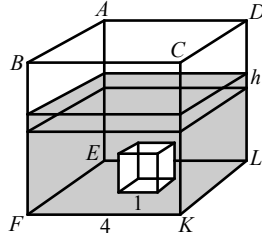


2.

Bir ayrıtının boyu 4 birim olan bir küpün içinde bir miktar su vardır. Bu küpün içine bir ayrıtı 1 birim uzunlukta olan demirden küp atıldığında, küp tamamen suya gömülmektedir.

Bu deney sonucunda küpteki suyun yüksekliği h birim artıyorsa h kaç birimdir?

- A) 0.0625 B) 0.075 C) 0.125 D) 0.25 E) 1

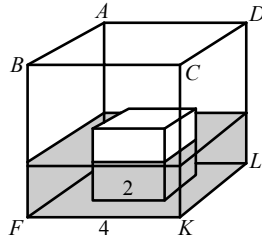


3.

Bir ayrıtının boyu 4 birim olan bir küpün içinde bir miktar su vardır. Bu küpün içine bir ayrıtı 2 birim uzunlukta olan demirden küp atıldığında, su seviyesi küçük küpün tam yarısına kadar yükselmektedir.

Buna göre küçük küp atılmadan önceki su yüksekliği aşağıdakilerden hangisidir?

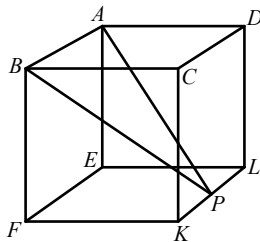
- A) 0.625 B) 0.75 C) 0.8 D) 0.875 E) 0.9



4.

Yandaki küpte P noktası $[KL]$ üzerindedir. $|AP| + |PB|$ toplamının en küçük değeri küpün bir ayrıtının kaç katıdır?

- A) 2 B) $\sqrt{5}$ C) $\sqrt{6}$ D) 3 E) $2\sqrt{3}$

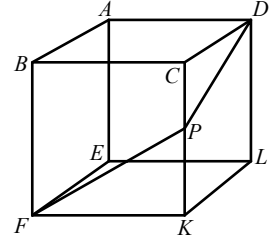


5.

Yandaki küpte P noktası $[KC]$ ayrıtının üzerindedir.

$|FP| + |PD|$ toplamının en küçük değeri küpün bir ayrıtının kaç katıdır?

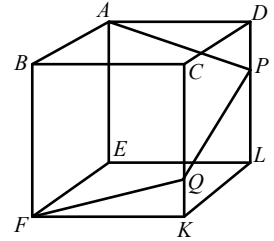
- A) 2 B) $\sqrt{5}$ C) $\sqrt{6}$ D) 3 E) $2\sqrt{3}$



6.

Bir ayrıtı 2 cm olan yandaki küpte $Q \in [KC]$ ve $P \in [LD]$ olarak veriliyor. $|FQ| + |QP| + |PA|$ toplamı en az kaç cm olabilir?

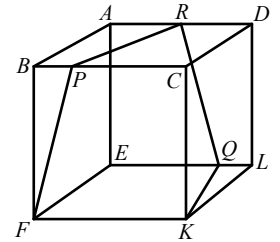
- A) $4\sqrt{2}$ B) 6 C) $2\sqrt{10}$ D) $4\sqrt{3}$ E) 7



7.

Bir ayrıtı a br olan yandaki küpte $P \in [BC]$, $R \in [AD]$ ve $Q \in [EL]$ olarak veriliyor. $|FP| + |PR| + |RQ| + |QK|$ toplamı en az kaç a 'dır?

- A) $\sqrt{15}$ B) 4 C) $\sqrt{17}$ D) $3\sqrt{2}$ E) 5



8.

Bir ayrıtının uzunluğu 15 br olan yandaki küpün A köşesinden C köşesine P ve Q noktalarına uğrayarak gitmek zorunda olan bir karıncanın yolunu en kısa yapan P ve Q noktaları için $|QZ| = x$ kaç birimdir?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 10

